

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ЗАТОРА НА ДОРОГЕ

*Бигаева Л.А., доцент каф. ВМиФ*

*Смирнов А. А., студент*

*г. Бирск, ФГБОУ ВПО Бирский филиал БашГУ*

Заторы на дороге, одна из наиболее важных, глобальных проблем современного мира [1],[2]. Чрезвычайно быстрое развитие, повсеместное использование автотранспорта и стихийно растущий спрос на автомобили среди всех слоев населения заставляет тысячи проектировщиков и инженеров дорожно-транспортных служб ежедневно работать над улучшением транспортных сообщений, однако, предусмотреть все - задача невозможная, и нередко случаи, когда на дороге случается перегрузка, что в последствии ведет к образованию затора [3]. Чтобы понимать причины и возможные последствия затора, необходимо знать, как он появляется, поэтому, построим математическую модель, описывающую образование затора.

Для составления математической модели введем ряд допущений:

- 1) По ширине одной полосы может находиться только один автомобиль.
- 2) Участники дорожного движения соблюдают правила дорожного движения (ПДД), то есть начинают движение, когда загорается зеленый сигнал светофора и останавливаются, когда загорается красный [4].
- 3) Затор не изменяется скачкообразно, то есть затор не может возникнуть мгновенно, точно также, как исчезнуть.

Пусть имеется некоторая функция  $\varphi(t)$ , именуемая транспортным потоком, также введем параметры, характеризующие конкретную дорогу, автостраду, улицу или проспект. Одним из таких параметров будет являться пропускная способность  $N$ . Пропускная способность  $N$  обратно пропорциональна эффективной дорожной ширине. В свою очередь, эффективную дорожную ширину будем представлять в виде произведения количества полос дороги на ширину одной полосы.

Введем параметр  $L$ , характеризующий протяженность участка дороги. В качестве участка дороги можно рассматривать расстояние от одного светофора до другого. Пусть протяженность участка дороги  $L$  прямо пропорциональна пропускной способности дороги  $N$ ,

$$N: \frac{L}{k\varphi}. \quad (1)$$

Здесь  $k$ -количество полос,  $l$ -ширина одной полосы. Наконец, для согласования размерности пропускной способности введем коэффициент  $W$ . Коэффициент  $W$  характеризует пропускную способность дороги единичной длины, единичной ширины, в единицу времени, тогда пропускная способность дороги окончательно будет описываться следующим уравнением:

$$N = W \cdot \frac{L}{k \cdot l}. \quad (2)$$

Пусть функция  $U(t)$ , характеризует желаемую интенсивность дорожного потока, тогда произведение транспортного потока на пропускную способность дороги будет равна функции  $U(t)$ , то есть

$$U(t) = \varphi(t) \cdot N. \quad (3)$$

Наконец, для создания дифференциального уравнения, описывающего возникновение транспортного затора, введем коэффициент  $I$ , характеризующий инерционность создания пробки на дороге. Тогда, дифференциальное уравнение будет иметь следующий вид:

$$U(t) = \varphi(t) \cdot N + I \cdot \frac{d}{dt} \cdot \varphi(t). \quad (4)$$

Для решения полученного дифференциального уравнения введем нулевые начальные условия, такие что

$$\varphi(t_{-0}) = \varphi(t_{+0}) = 0. \quad (5)$$

Иными словами, нулевые начальные условия дифференциального уравнения, постулируют, что транспортный поток не изменяется скачкообразно, то есть затор не может возникнуть мгновенно, точно также, как исчезнуть, что соответствует третьему пункту допущений.

Решение данного дифференциального уравнения (4) при условии, что  $U = \text{const}$ , имеет вид

$$\varphi(t) = \frac{U}{N} \left[ 1 - e^{-\frac{N}{l}t} \right], \quad (6)$$

Построим кривые согласно выражению (6) в программном комплексе *Matlab*. На рисунке 1, показано решение дифференциального уравнения (4) при следующих параметрах  $l = 1$ ,  $k = 2$ ,  $l = 3.5$ ,  $L = 350$  м,  $W = 0,02$ ,  $U = 50$ , время моделирования  $t = 10$  мин.

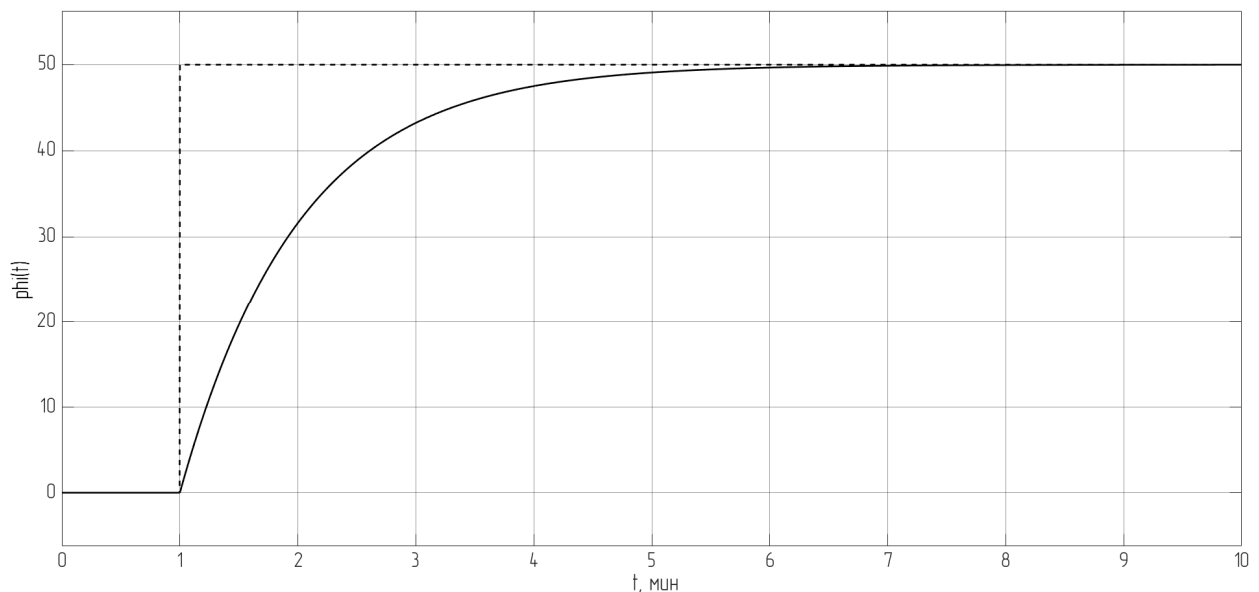


Рисунок 1 Решение дифференциального уравнения (4).

Пунктирной линией показано скачкообразное изменение желаемой интенсивности транспортного потока, основной линией показано фактическое изменение транспортного потока  $\varphi(t)$ . Из полученного решения, можно сделать вывод, что фактическое изменение транспортного потока носит экспоненциальный характер. Проведем анализ, при следующих условиях, пусть пропускная способность дороги не изменяется  $N = \text{const} = 1$ , а коэффициент характеризующий инерционность создания пробки будет принимать следующие значения  $l_1 = 1$ ;  $l_2 = 0,5$ ;  $l_3 = 1,5$ . На рисунке 2 показано решение дифференциального уравнения (4), при различных значениях коэффициента инерционности создания затора.

Анализируя рисунок 2 можно сделать вывод, что чем меньше значение коэффициента  $I$ , тем круче экспоненциальная функция изменения транспортного потока, таким образом, заторы создаются меньше на тех дорогах на которых значение коэффициента  $I$  минимально.

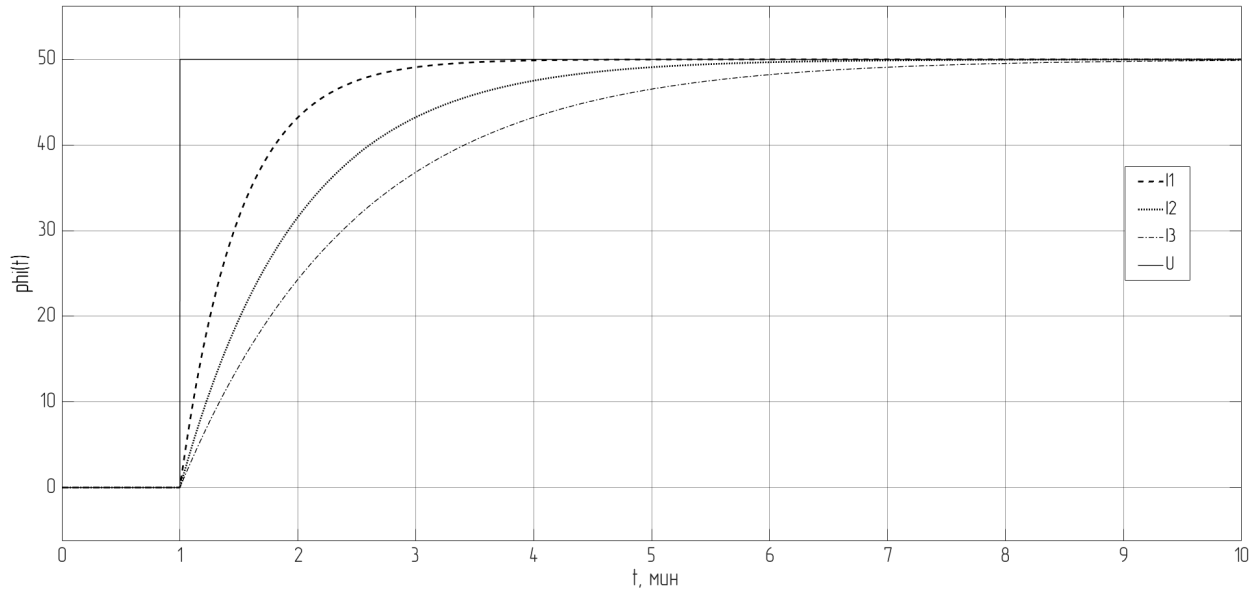


Рисунок 2 Решение дифференциального уравнения (4), при значениях коэффициента инерционности создания затора  $I_1 < I_2 < I_3$

Проведем исследование для ситуации, когда коэффициент создания затора  $I = \text{const} = 1$ , а пропускная способность дорог  $N_1 = 1$ ;  $N_2 = 0,5$ ;  $N_3 = 1,5$ . На рисунке 3 показано решение дифференциального уравнения (4), при различных значениях коэффициента пропускной способности.

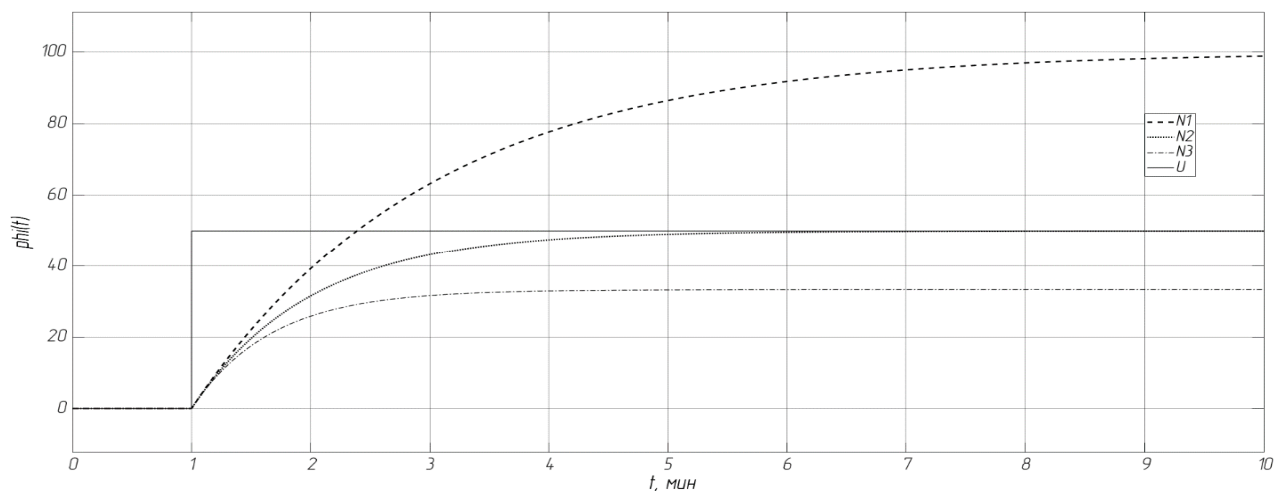


Рисунок 3 Решение уравнения (4) при различных значениях пропускной способности дороги  $N_1 < N_2 < N_3$

Анализируя рисунок 3 можно сделать вывод, что чем больше пропускная способность дороги, тем больше установившееся значение транспортного потока, то есть дорога, имеющая большую пропускную способность способна удовлетворять большему значению желаемой интенсивности движения.

### **Выводы**

Полученная математическая модель адекватно описывает процесс формирования заторов на дорогах[5]. Математическая модель также позволяет проводить оценку интенсивности движения на определенном участке транспортной системы города (района). А также, благодаря изменению коэффициентов  $N$ ,  $I$  можно моделировать отдельные дорожные ситуации. Имеются возможности по расширению модели, до: модели оптимального выбора маршрута следования по времени затратному критерию, финансовозатратному критерию; модели работы пассажиро\грузоперевозок логистических компаний; модели работы компаний, занимающихся проектировкой транспортных сетей; и другие.

### **Список литературы**

1. Агафонов С. А., Дифференциальные уравнения. Вып. VIII / С. А. Агафонов. – М.: МГТУ, 2011. – 347 с.
2. Неруш Ю. М., Транспортная логистика: Учебник для академического бакалавриата / Ю. М. Неруш, С. В. Саркисов. – Люберцы: Юрайт, 2016. – 351 с.
- 3.Афонин А. М., Транспортная логистика: организация перевозки грузов: Учебное пособие / А. М. Афонин, Ю. Н. Царегородцев, А. М. Петрова. – М.: Форум, 2017. – 336 с.
- 4.Введение в математическое моделирование транспортных потоков / Под редакцией А. В. Гасникова: Издательство МЦНМО, 2013. С. 26–36.
- 5.Исследование пользовательского опыта ведущих агрегаторов такси в 2019 / под ред. РБК Исследования рынков, 2019.

